

e- π graMAT

Zadanie 1. Dwie proste ściany tworzą ze sobą kąt 2° . Puszczamy na jedną z nich promień świetlny tak, aby odbił się od ścian maksymalnie wiele razy. Ile razy promień odbije się od ścian?

Zadanie 2. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n istnieje liczba, której wszystkie cyfry są jedynkami lub zerami (w systemie dziesiętnym) i która jest podzielna przez n .

Zadanie 3. Na na kartce w kratkę rozmiaru $n \times n$ krutek, pewną ilość krutek zamalowujemy na czarno. W każdym kroku każdą kratkę sąsiadującą przynajmniej dwoma bokami z czarnymi kratkami zamalowujemy na czarno. Ile minimalnie krutek musimy początkowo zamalować, aby po skończonej ilości kroków wszystkie kratki były czarne?

Zadanie 4. W kuli o promieniu 1 umieszczono 12 000 różnych punktów. Wykaż, że istnieje kula o promieniu $1/10$ zawierająca co najmniej 10 z nich.

Zadanie 5. Adam, Bartek i Czesław rzucają na zmianę monetą. Kto pierwszy wyrzuci orła wygrywa. Oblicz prawdopodobieństwo, że Adam wygra.

Zadanie 6. Ciąg $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dąży do minus nieskończoności. Do czego dąży ciąg

$$b_n = \sqrt{a_n^2 - 8a_n - 16} + a_n \quad ?$$